

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ БЕСПИЛОТНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

УДК 629.053

**А.М. Сайкин**<sup>1</sup>, д.т.н., с.н.с.,  
**С.Е. Бузников**<sup>2</sup>, к.т.н., доцент,  
**Н.С. Шабанов**<sup>3</sup>,  
**Д.С. Елкин**<sup>4</sup>,

ГНЦ РФ ФГУП «НАМИ» (125438, Москва, ул. Автомоторная, 2).

Ведущие зарубежные фирмы и отечественные предприятия проводят масштабные исследования и разработки в области систем управления беспилотными автомобилями и в области совершенствования систем помощи водителю. Поиск технических решений, как правило, основан на эвристических методах и далеко не всегда приводит к удовлетворительным результатам.

**Цель.** Целью данного научного исследования является формализация задачи предотвращения столкновений в терминах современной теории управления, построение адекватной математической модели для ее решения, включая выбор программно-аппаратной среды.

**Материалы и методы.** Анализ условий столкновения позволяет построить структурированное множество типовых столкновений, позволяющее выполнить декомпозицию общей задачи на множество частных. Для определенных групп типовых столкновений могут быть записаны достаточные условия их предотвращения в форме неравенств для определения физических переменных. Для автоматического управления объектом необходимо решение задачи динамической стабилизации в наиболее полной постановке. С позиции современной теории управления качество решения задачи динамической стабилизации на конечном временном интервале оценивается по величине квадратичного функционала с учетом функциональных ограничений на технико-экономические показатели системы, реализующей управление.

**Результаты.** Косвенные измерения продольной скорости центра масс, угла поворота управляемых колес, дополнительной составляющей угловой частоты вращения центра масс при сносе или заносе колес выполняются программно с помощью оригинальных виртуальных датчиков информации. Определение граничных скоростей сноса, заноса и опрокидывания выполняется программно с учетом идентифицируемого в движении топового значения коэффициента трения скольжения.

**Выводы.** Анализ результатов подтверждает, как адекватность используемых математических моделей и алгоритмов, так и возможность реализации системы в минимальной конфигурации технических средств.

**Ключевые слова:** математическая модель, беспилотный автомобиль, квадратичный функционал качества управления, динамическая стабилизация, виртуальный датчик.

---

<sup>1</sup> Начальник управления специальных программ, email: a.saykin@nami.ru

<sup>2</sup> Заведующий сектором управления интеллектуальных систем, email: sergey.buznikov@nami.ru

<sup>3</sup> Ведущий инженер управления интеллектуальных систем, email: nikolay.shabanov@nami.ru

<sup>4</sup> Ведущий инженер-программист управления интеллектуальных систем, email: dmitry.elkin@nami.ru

## **Введение**

В настоящее время практически все ведущие зарубежные фирмы и отечественные предприятия проводят масштабные исследования и разработки в области систем управления беспилотными автомобилями и в области совершенствования систем помощи водителю [1]. Поиск технических решений, как правило, основан на эвристических методах и далеко не всегда приводит к удовлетворительным результатам. Так, в частности, известные системы стабилизации курсовой устойчивости (ESP) и системы динамической стабилизации (VCS) обладают рядом неустранимых недостатков, что не позволяет эффективно использовать их возможности в дорожно-климатических условиях РФ.

Для систем ESP, основанных на раздельном управлении тормозами правого и левого бортов в случае возникновения сноса или заноса колес, характерно использование прерывистого режима работы ABS. На неровных поверхностях типа «стиральной доски», брусчатке, а также на льду и заснеженной поверхности наблюдается резкое снижение эффективности торможения и стабилизации курсовой устойчивости. На песчаных покрытиях при движении в колее скорость опрокидывания даже для легковых автомобилей с низким центром тяжести оказывается ниже скорости заноса и сноса колес.

Для автомобилей с высоким центром тяжести типа внедорожников, минивэнов рассмотренная ситуация возникает на гладких асфальтобетонных покрытиях. Для этих классов автомобилей за рубежом были разработаны системы динамической стабилизации, основанные на прогнозировании скорости опрокидывания, заноса и сноса колес [2]. Однако отсутствие технологии идентификации топовых значений коэффициентов трения скольжения колес в меняющихся условиях движения потребовало занижения их оценок и соответственно величин прогнозируемых скоростей заноса и сноса колес.

Целью данной научной работы является формализация задачи стабилизации курсовой устойчивости в терминах современной теории управления, построение адекватной математической модели для её решения, включая выбор программно-аппаратных средств.

## **Постановка задачи динамической стабилизации курсовой устойчивости**

На понятийном уровне задача динамической стабилизации курсовой устойчивости сводится к прогнозированию превышения граничных скоростей заноса, сноса и опрокидывания и формированию управляющих воздействий на тягу и тормоза, предотвращающих возникновения этих событий.

На содержательном уровне задача динамической стабилизации курсовой устойчивости следует из рассмотрения свойств решений дифференциального уравнения курсового угла  $\Psi_m$  :

$$\dot{\Psi}_m = \omega_m + \Delta\omega_m, \quad (1)$$

где  $\omega_m$  – угловая частота вращения центра масс на вираже;

$\Delta\omega_m$  – дополнительная составляющая угловой частоты вращения центра масс при заносах и сносах колес.

Решение (1) с учетом  $\omega_m = b^{-1}V_m \Psi_c$  в дискретном времени представим в виде:

$$\Psi_m(k) = \Psi_m(k-1) + b^{-1} \int_{t_{k-1}}^{t_k} V_m(\tau) \Psi_c(\tau) d\tau + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Delta\omega_m d\tau \quad (2)$$

Приращение курсового угла  $\Delta\Psi_m(k)$  на  $k$ -м шаге составляет:

$$\Delta\Psi_m(k) = \Psi_m(k) - \Psi_m(k-1) = b^{-1} \int_{t_{k-1}}^{t_k} V_m(\tau) \Psi_c(\tau) d\tau + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Delta\omega_m d\tau \quad (3)$$

В случае заноса задних колес  $\Delta\omega_m$  совпадает по знаку с  $\Psi_c$ , что увеличивает модуль приращения курсового угла. В случае сноса передних колес  $\Delta\omega_m$  имеет противоположный знак  $\Psi_c$ , что уменьшает модуль приращения курсового угла. Дополнительное вращение с частотой  $\Delta\omega_m$  происходит вокруг центра оси передних колес при заносе и относительно центра оси задних колес при сносе. Причиной этих явлений становится превышение центробежной силы, действующей на колеса передней и задней осей, величин сил трения скольжения соответствующих пар колес в поперечном направлении.

В случае опрокидывания момент, создаваемый также центробежной силой, оказывается больше по модулю возвращающего моменты, вызываемого силой тяжести, действующей на центр масс. Величина центробежной силы пропорциональна квадрату скорости центра масс, что дает возможность свести условия предотвращения сносов, заносов и опрокидываний к системе неравенств для скорости центра масс:

$$\begin{cases} -V_{гр0} \leq V_m \leq V_{гр0}; \\ -V_{гр1} \leq V_m \leq V_{гр1}; \\ -V_{гр2} \leq V_m \leq V_{гр2}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $V_{гр0}$  – граничная скорость опрокидывания ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ );

$V_{гр1}$  – граничная скорость сноса передних колес ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ );

$V_{гр2}$  – граничная скорость заноса задних колес ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ).

Объединение неравенств (4) в одно позволяет свести задачу предотвращения указанных событий к задаче динамической стабилизации:

$$V_{гр}^H \leq V_m \leq V_{гр}^B, \quad (5)$$

где  $V_{гр}^B = \min[V_{гр0}, V_{гр1}, V_{гр2}]$ ;  $V_{гр}^H = \max[-V_{гр0}, -V_{гр1}, -V_{гр2}]$ .

Очевидно, что выполнение неравенства (5) с соответствующими  $V_{гр}^B$  и  $V_{гр}^H$  означает, что будут выполняться и неравенства (4), и события сноса, заноса и опрокидывания не будут происходить.

С позиций современной теории управления решение задачи динамической стабилизации на конечном временном интервале ( $t_1 \div t_2$ ) оценивается по величине квадратичного функционала качества управления с учетом функциональных ограничений на технико-экономические показатели системы, реализующей управление:

$$Q(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} C_1 [V_m(\tau) - V_{гр}^B(\tau)]^2 d\tau + \int_{t_1}^{t_2} C_2 [V_m(\tau) - V_{гр}^H(\tau)]^2 d\tau \Rightarrow \min, \quad (6)$$

при  $U \in U_{доп}$ ,  $R = (R_H, R_S)^T \in R_{доп}$ ;  $q_i(R) \leq q_{i доп}$ ,  $1 \leq i \leq l$ , где

$$C_1 = \begin{cases} 0, & \text{если } V_m < V_{гр}^B; \\ C_1^* \gg 0, & \text{если } V_m \geq V_{гр}^B; \end{cases}$$

$$C_2 = \begin{cases} 0, & \text{если } V_m > V_{гр}^H; \\ C_{2i}^* \gg 0, & \text{если } V_m \leq V_{гр}^H; \end{cases}$$

$R$  – вектор технических решений;

$R_H$  и  $R_S$  – векторы аппаратных и программных решений;

$R_{доп}$  – допустимое множество технических решений;

$q_i(R)$  –  $i$ -я компонента вектора технико-экономических показателей;

$q_{i доп}$  – допустимое значение  $i$ -й компоненты вектора технико-экономических показателей.

К множеству основных технико-экономических показателей относятся уровни потребляемой мощности, влияния внешних факторов, универсальности, отказоустойчивости, затрат на эксплуатацию и стоимости программно-аппаратного комплекта.

Наилучшим решением задачи в предлагаемой постановке является алгоритм формирования управляющих воздействий, обеспечивающий динамическую стабилизацию вектора состояния объекта, реализованный в программно-аппаратной среде, удовлетворяющей системе ограничений на технико-экономические показатели.

### **Результаты построения математической модели системы динамической стабилизации автомобиля**

Математическая модель системы динамической стабилизации автомобиля включает уравнения продольного движения центра масс и граничных скоростей, систему уравнений

скоростей вращения колес на вираже, алгоритмы виртуальных датчиков скорости центра масс, угла поворота управляемых колес, дополнительной угловой частоты вращения центра масс, идентификации топовых значений коэффициентов трения скольжения колес и управления тормозной системой с актуатором.

### *Граничные скорости заноса, сноса колес и опрокидывания автомобиля*

В число граничных скоростей движения центра масс автомобиля в общем случае входят скорости опрокидывания ( $V_{гр0}$ ), сноса передних колес ( $V_{гр1}$ ), заноса задних колес ( $V_{гр2}$ ), скорость разрыва корда шины ( $V_{гр3}$ ), скорость пробуксовки ведущих колес ( $V_{гр4}$ ), скорость аварийного перегрева тормозов ( $V_{гр5}$ ), скорость в зоне действия знака ограничения ( $V_{гр6}$ ), скорость переднего препятствия ( $V_{гр7}$ ), скорость движения с докаткой ( $V_{гр8}$ ), скорость безопасного движения при падении давления в шине ( $V_{гр9}$ ) и др.

Верхняя граница безопасной скорости определяется как  $V_{гр}^B = \min[V_{гр0}, \dots, V_{грn}]$ , нижняя - как  $V_{гр}^H = \max[-V_{гр0}, \dots, -V_{грn}]$ . Для положительного направления движения с  $V_m \geq 0$  физический смысл имеет верхняя граница  $V_{гр}^B \geq 0$ .

Уравнение граничной скорости опрокидывания автомобиля на горизонтальной поверхности  $V_{гр0}$  получено из условий равенства опрокидывающего и возвращающего моментов:

$$V_{гр0} = \sqrt{0.5abgh_m^{-1}|\Psi_c^{-1}|}, \quad (7)$$

где  $a$  и  $b$  – соответственно ширина колеи и колесная база автомобиля (м);

$h_m$  – высота центра масс автомобиля (м);

$g$  – ускорение свободного падения ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ );

$\Psi_c$  – угол поворота управляемых колес (рад).

Уравнение граничной скорости сноса передних колес  $V_{гр1}$  получается из условия равенства силы трения передних колес в поперечном направлении и половины общей центробежной силы и приводится к виду:

$$V_{гр1} = Re \sqrt{2[m_{12}gb - R_d a_{dT}]k_{sq}|\Psi_c^{-1}|} \quad (\text{м} \cdot \text{с}^{-1}), \quad (8)$$

где  $m_{12} = (m_1 + m_2) \cdot m_0^{-1}$  – относительное распределение масс  $m_1$  и  $m_2$ , приходящихся на передние колеса, к общей массе  $m_0$  автомобиля;

$R_d$  – динамический радиус ведущих колес (м);

$a_{dT}$  – тягово-тормозное ускорение ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ );

$k_{sq}$  – топовое значение коэффициента трения скольжения колес в поперечном направлении.

Уравнение граничной скорости заноса задних колес  $V_{гр2}$  также получается из условия равенства силы трения задних колес в поперечном направлении и половины общей центробежной силы и приводится к виду:

$$V_{гр2} = Re \sqrt{2[m_{34}gb + R_d a_{dT}]k_{sq}|\Psi_c^{-1}|} \quad (\text{м} \cdot \text{с}^{-1}), \quad (9)$$

где  $m_{34} = (m_3 + m_4) \cdot m_0^{-1}$  – относительное распределение масс  $m_3$  и  $m_4$ , приходящихся на задние колеса, к общей массе  $m_0$ .

Тягово-тормозное ускорение  $a_{dT}$  в уравнениях граничных скоростей (8) и (9) определяется из уравнения продольного движения центра масс:

$$a_m = a_{dT} - k_x m_0^{-1} V_m^2 - k_{тр}g - \alpha_T g, \quad (10)$$

где  $a_m = \frac{dV_m}{dt}$  – продольное ускорение центра масс ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ );

$k_x$  – коэффициент лобового аэродинамического сопротивления ( $\text{Н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^2$ );

$k_{тр}$  – коэффициент трения качения шин;

$\alpha_T$  – угол тангажа (рад).

Значения коэффициента трения скольжения  $k_{sq}$  в поперечном направлении связаны со значениями коэффициента трения скольжения в продольном направлении  $k_{sd}$  законом Камма [3]:

$$(k_{sq}^2 + k_{sd}^2) \leq (k_s^*)^2, \quad (11)$$

где  $k_s^*$  – топовое (максимальное) значение коэффициента трения скольжения.

В этом случае величина  $k_{sq}$  для одного колеса равна:

$$k_{sq} = k_s^* \sqrt{1 - \left(\frac{k_{sd}}{k_s^*}\right)^2}, \quad (12)$$

где  $k_{sd} = A \cdot m_0 \cdot a_{dT} \cdot F_N^{-1}$ ;

$A$  – коэффициент распределения тягово-тормозных сил на колесо;

$F_N$  – нормальная составляющая силы на колесо.

При малых значениях модуля  $a_{dT}$  и  $A$ :  $k_{sd} \ll k_s^*$  и  $k_{sq} \approx k_s^*$ .

Понятие оптимальной развесовки следует из уравнений граничных скоростей сноса и заноса. Максимальная скорость прохождения выража при  $V_{гр1} < V_{гр0}$  и  $V_{гр2} < V_{гр0}$

ограничена  $V_{min} = \min[V_{гр1}, V_{гр2}]$  и её наибольшее значение достигается при  $V_{гр1} = V_{гр2}$ .  
 Это условие выполняется в случае, когда:

$$m_{12}gb - R_d a_{dT} = m_{34}gb + R_d a_{dT}.$$

Учитывая, что  $m_{34} = 1 - m_{12}$ , получим

$$m_{12} = a_{dT}R_d g^{-1}b^{-1} + 0.5 \text{ и}$$

$$m_{34} = 0.5 - a_{dT}R_d g^{-1}b^{-1}.$$

Для автомобиля Mercedes-Benz E-klasse  $b = 2.833$  м,  $R_d = 0.3$  м,  $a_{dT} = 3$  м · с<sup>-2</sup> на второй передаче и  $g = 9.81$  м · с<sup>-2</sup> получим  $m_{12} = 0.53$ ;  $m_{34} = 0.47$ , что совпадает с техническими данными этих моделей.

*Виртуальные датчики угла поворота управляемых колес и дополнительной угловой частоты вращения центра масс*

Косвенные измерения угла поворота  $\Psi_c$  управляемых колес и дополнительной угловой частоты  $\Delta\omega_m$  вращения центра масс позволяют исключить из состава системы специализированные датчики угла поворота рулевого вала и угловой скорости вращения центра масс и основаны на решении некорректной задачи определения неизвестных системы уравнений вращения колес на вираже (принятая индексация переменных: 1, 3 – соответствуют переднему и заднему колесам левого борта; 2,4 – соответствуют переднему и заднему колесам правого борта):

$$\begin{cases} V_1 = V_m + 0.5ab^{-1}V_m \Psi_c + \Delta V_{s1} + 0.5a \cdot \Delta\omega_m; \\ V_2 = V_m - 0.5ab^{-1}V_m \Psi_c + \Delta V_{s2} - 0.5a \cdot \Delta\omega_m; \\ V_3 = V_m + 0.5ab^{-1}V_m \Psi_c + \Delta V_{s3} + 0.5a \cdot \Delta\omega_m; \\ V_4 = V_m - 0.5ab^{-1}V_m \Psi_c + \Delta V_{s4} - 0.5a \cdot \Delta\omega_m, \end{cases} \quad (13)$$

где  $\Delta V_{s1}$ ,  $\Delta V_{s2}$ ,  $\Delta V_{s3}$ ,  $\Delta V_{s4}$  – продольные скорости скольжений соответствующих колес;

$V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  – линейные скорости вращения колес.

Преобразование данной задачи к корректной возможно при введении доопределяющих условий, соответствующих свойствам объекта [4]. Так для пары колес разных бортов разность  $V_i - V_j = \Delta V_{ij}$  ( $i, j = 1,2; 3,4; 1,4; 3,2$ ) равна:

$$\Delta V_{ij} = ab^{-1}V_m \Psi_c + (\Delta V_{si} - \Delta V_{sj}) + a \cdot \Delta \omega_m. \quad (14)$$

Оценка скорости центра масс  $\hat{V}_m = 0.5(V_i + V_j) = V_m + 0.5(\Delta V_{si} + \Delta V_{sj})$  и в случае  $\Delta V_{si} = \Delta V_{sj} = 0$ :  $\hat{V}_m = V_m$ .

Решение (14) относительно  $\Psi_c$  с учетом принятых допущений:

$$\Psi_c = \Delta V_{ij} a^{-1} b V_m^{-1} - b V_m^{-1} \Delta \omega_m. \quad (15)$$

Принимая  $\hat{\Psi}_c = \Delta V_{ij} a^{-1} b V_m^{-1}$  получим, что

$$\begin{cases} \hat{\Psi}_c = \Psi_c + b \cdot V_m^{-1} \cdot \Delta \omega_m; \\ \Delta \omega_m = b^{-1} \cdot V_m \cdot (\hat{\Psi}_c - \Psi_c). \end{cases} \quad (16)$$

С учетом доопределяющих свойств объекта в части величины и знака  $\Delta \omega_m$  в виде условий:

$$\begin{cases} \text{Если } V_m < \min[V_{гр1}, V_{гр2}], \text{ то } \Delta \omega_m = 0; \\ \text{Если } V_{гр1} > V_{гр2} \text{ и } V_m > V_{гр2}, \text{ то } \text{sgn}(\Delta \omega_m) = \text{sgn}(\hat{\Psi}_c); \\ \text{Если } V_{гр2} > V_{гр1} \text{ и } V_m > V_{гр1}, \text{ то } \text{sgn}(\Delta \omega_m) = -\text{sgn}(\hat{\Psi}_c), \end{cases} \quad (17)$$

получим при  $\Psi_c = \Psi_{гр} \text{sgn}(\hat{\Psi}_c)$ :

$$\Delta \hat{\omega}_m = \begin{cases} 0, \text{ если } V_m < V_{гр1} \text{ и } V_m < V_{гр2}; \\ b^{-1} V_m [\hat{\Psi}_c - \Psi_{гр2} \text{sgn}(\hat{\Psi}_c)], \text{ если } V_{гр1} > V_{гр2} \text{ и } V_m > V_{гр2}; \\ -b^{-1} V_m [\hat{\Psi}_c - \Psi_{гр1} \text{sgn}(\hat{\Psi}_c)], \text{ если } V_{гр2} > V_{гр1} \text{ и } V_m > V_{гр1}. \end{cases} \quad (18)$$

$$\Psi_{гр} = \min[\Psi_{гр1}, \Psi_{гр2}]; \Psi_{гр1} = 2[m_{12}gb - R_d a_{dT}]k_{sq}V_m^{-2};$$

$$\Psi_{гр2} = 2[m_{34}gb + R_d a_{dT}]k_{sq}V_m^{-2}.$$

### Система динамической стабилизации

В состав системы динамической стабилизации (СДС) входят датчики частот вращения колес штатной комплектации ABS, актуатор тормозной педали и плата управления с программой обработки и управления.

Тормозное замедление  $a_T$  на шаге формируется в виде  $[V_{mэ} - V_{грэ}] \cdot \Delta T^{-1}$ , где  $V_{mэ}$  – экстраполированное значение скорости центра масс,  $V_{грэ}$  – экстраполированное значение граничной скорости  $V_{грэ} = \min[V_{гр0э}, V_{гр1э}, V_{гр2э}]$ ;  $V_{гр0э}$ ,  $V_{гр1э}$ ,  $V_{гр2э}$  – экстраполированные по углу  $\Psi_c$  значения граничных скоростей опрокидывания, сноса и заноса колес. Для компенсации запаздывания порядка 1 с, вносимого актуатором тормозной системы, время экстраполяции задается на уровне 2 с.

Управляющие воздействия формируются силовыми ключами с ШИМ-сигналами со скважностью  $PWM\_T$  в соответствии с тарированной характеристикой тормозной системы



с актуатором  $PWM_T = f(a_T)$ . Дифференцирование управляющего воздействия выполняется программно для придания каскадному соединению актуатор-тормозная система динамических свойств пропорционального звена [5]. Максимальное значение замедления  $a_{Tmax}$  вычисляется в зависимости от идентифицируемого топового значения коэффициента трения скольжения [6] с целью предотвращения блокировок колес при торможении. В режиме движения с активированным адаптивным круиз-контролем заданная скорость  $V_{mz}$  определяется как  $V_{mz} = \min[V_{mz0}, V_{гр0}, V_{гр1}, V_{гр2}, \dots, V_{гр9}]$  и возможные превышения  $V_{mэ}$  над  $V_{грэ}$  не могут составлять значительных величин.

### Экспериментальные результаты

Исследовательские испытания СДС проводились на автомобиле Лада Калина с электрическим приводом на территории НАМИ и Дмитровском автополигоне.

Общая масса автомобиля с водителем и пассажиром  $m_0 = 1280$  кг, развесовка на передних колесах  $m_{12} = 0.5$ , ширина колеи  $a = 1.42$  м, колесная база  $b = 2.461$  м, высота центра масс  $h_m = 0.65$  м,  $k_x = 0.51 \text{ Н} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{м}^2$ , зимние нешипованные шины Michelin X-Ice 175/65 R14 82Q.

Тестовые заезды проводились по кругу диаметром порядка 20 м на мокром и сухом асфальте, а также при прохождении правого и левого виражей радиусом порядка 10 м с изменением курсового угла на  $90^\circ$ . На рис. 1 приведены временные диаграммы параметров движения автомобиля с отключенной СДС при  $k_s^* = 0.58$ .

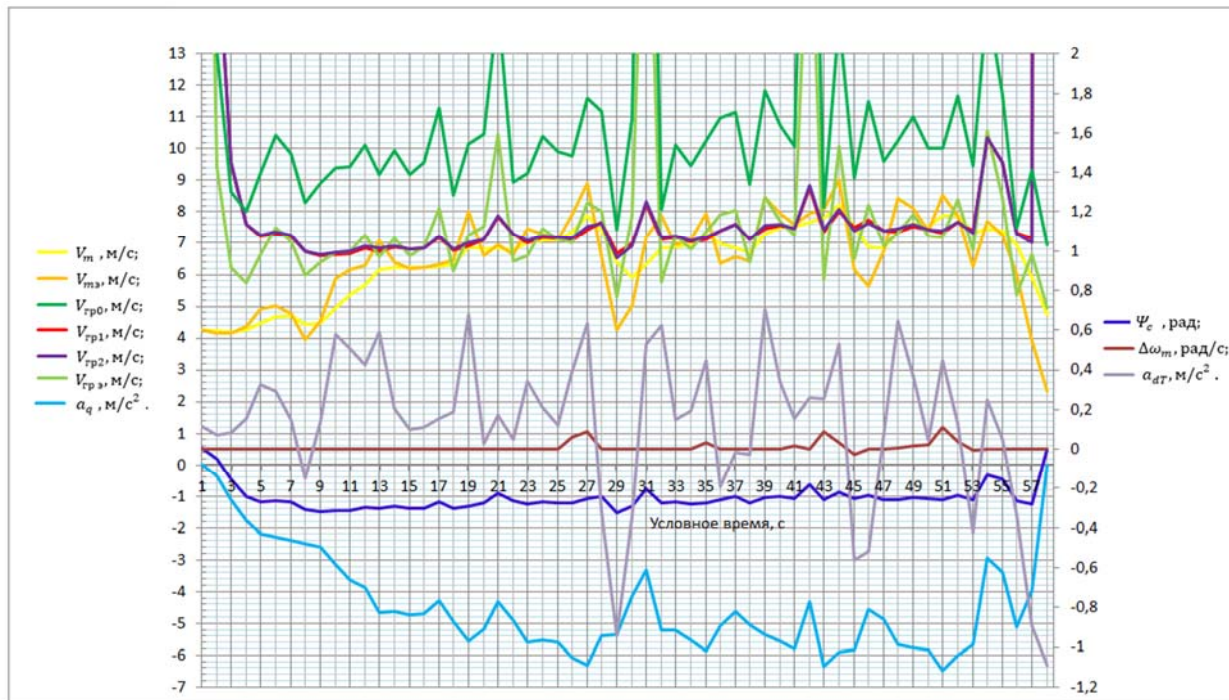
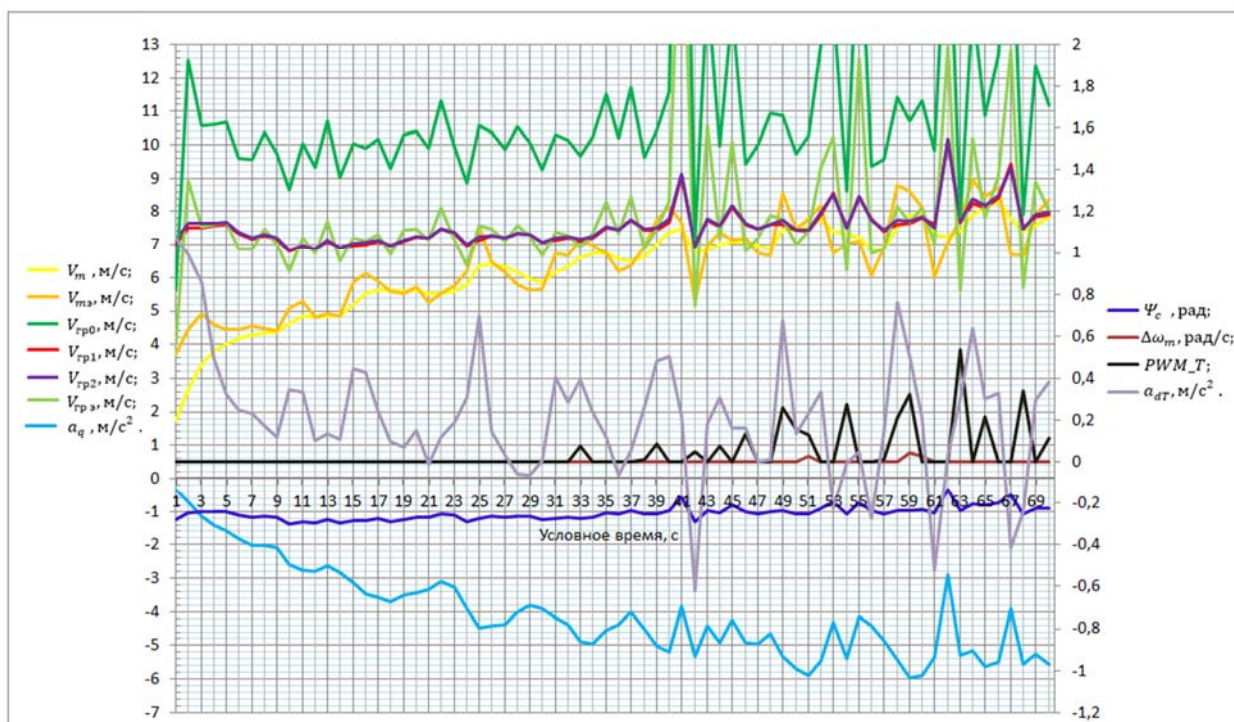


Рисунок 1 - Временные диаграммы параметров движения автомобиля по кругу с отключенной СДС

Анализ результатов испытаний показывает, что результирующий угол поворота  $\Psi_c$  управляемых колес, определяемый по данным о частотах вращения задних колес при фиксированном положении руля уменьшается по модулю по мере роста скорости центра масс, что соответствует эффекту бокового увода из-за ненулевых поперечных скольжений колес. На скоростях, близких к  $8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  при положительных  $a_{dT}$  и поперечных ускорениях ( $a_q$ ) по модулю более  $6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$  виртуальный датчик  $\Delta\omega_m$  фиксирует положительные  $\Delta\omega_m$ , соответствующие сносу передних колес, что не противоречит теоретическим данным.

На рис. 2 приведены временные диаграммы изменения параметров движения автомобиля с включенной СДС при  $k_s^* = 0.58$ .



**Рисунок 2 - Временные диаграммы параметров движения автомобиля по кругу с включенной СДС**

Анализ полученных результатов показывает что срабатывание тормозной системы происходит в моменты прогнозируемого превышения граничной скорости, что обеспечивает отсутствие ненулевых  $\Delta\omega_m$  и стабилизацию скорости на уровне  $7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  и поперечном ускорении по модулю на уровне  $6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ .

### Заключение

Анализ результатов проведенных исследований подтверждает как адекватность используемых математических моделей и алгоритмов, так и возможность реализации системы в минимальной конфигурации технических средств.

## Благодарность

Данная научная статья была подготовлена по результатам прикладного научного исследования, которое проводится при финансовой поддержке государства в лице Минобрнауки России, Соглашение № 14.625.21.0042 Уникальный идентификатор проекта RFMEFI62517X0042.

## Список литературы

1. Eunbi Jeong, Cheol Oh. Evaluating the effectiveness of active vehicle safety systems // *Accident Analysis & Prevention*, Volume 100, March 2017, Pages 85–96. DOI: 10.1016/j.aap.2017.01.015.

2. L. Ni, A. Gupta, P. Falcone, L. Johannesson. Vehicle Lateral Motion Control with Performance and Safety Guarantees // *IFAC Proceedings Volumes*, Volume 49, Issue 11, 2016, Pages 285–290. DOI: 10.1016/j.ifacol.2016.08.043.

3. Бакфиш К., Хайнц Д. Новая книга о шинах. – М.: ООО «Издательство Астрель», 2003. – 303 с. [Bakfish K., Hajnc D. Novaja kniga o shinah. – М.: ООО «Izdatel'stvo Astrel'», 2003. – 303 s.]

4. Бузников С.Е. Метод построения виртуальных датчиков информации систем активной безопасности автомобиля // Труды XVII Международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем». – М.: РГГУ, 2009. – С. 420–424 [Buznikov S.E. Metod postroeniya virtual'nyh datchikov informacii sistem aktivnoj bezopasnosti avtomobilja // Trudy XVII Mezhdunarodnoj konferencii «Problemy upravlenija bezopasnost'ju slozhnyh sistem». – М.: RGGU, 2009. – S. 420–424.]

5. Бузников С.Е., Елкин Д.С., Шабанов Н.С., Струков В.О. Задача безопасного автоматического торможения беспилотного автомобиля // Труды НАМИ. – 2016. – № 265 – С. 44–52 [Buznikov S.E., Elkin D.S., Shabanov N.S., Strukov V.O. Zadacha bezopasnogo avtomaticheskogo tormozhenija bespilotnogo avtomobilja // Trudy NAMI. – 2016. – № 265 – S. 44–52.]

6. Бузников С.Е., Елкин Д.С. Идентификация максимальных значений коэффициентов трения скольжения колес автомобиля: Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2007610818. Роспатент, 2007 [Buznikov S.E., Elkin D.S. Identifikacija maksimal'nyh znachenij kojefficientov trenija skol'zhenija koles avtomobilja: Svidetel'stvo ob oficial'noj registracii programmy dlja JeVM № 2007610818. Rospatent, 2007.]